

Równania różniczkowe
Lista 5

Zad 1. Scałkować następujące równania za pomocą czynnika całkującego postaci $\mu = \mu(x + y)$, $\mu = \mu(xy)$, $\mu = \mu(x^2 - y^2)$, lub $\mu = \mu(x^2 + y^2)$:

	równanie		równanie
a)	$x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0$	c)	$(y + x^2)dy + (x - xy)dx = 0$
b)	$x\left(4 + \frac{1}{x^2 - y^2}\right)dx - y\left(4 - \frac{1}{x^2 - y^2}\right) = 0$	d)	$\left(2y + \frac{1}{(x+y)^2}\right)dx + \left(3y + x + \frac{1}{(x+y)^2}\right)dy = 0$

Zad 2. Rozwiązać równania wyznaczone w zadaniach 1-6 na liście 0.

Zad 3. Długość pręta żelaznego L przy podgrzewaniu wydłuża się według prawa $\frac{1}{L} \frac{dL}{dT} = 0,0001$, gdzie T jest temperaturą. Wyznaczyć funkcje wyrażającą długość L w zależności od temperatury, jeśli dla $T = 0$, $L = 10$. Obliczyć temperaturę, przy której długość pręta wzrośnie o 1%.

Zad 4. Ciało o temperaturze początkowej $100^\circ C$ zostało w chwili $t = 0$ umieszczone w otoczeniu o temperaturze stałej równej $10^\circ C$ i w ciągu 5 minut ostygło o $40^\circ C$. Przyjmując, że prędkość stygnięcia ciała jest proporcjonalna do różnicy temperatur ciała i otoczenia, obliczyć po ilu minutach ciało ostygnie o następne $40^\circ C$.

Zad 5. Znaleźć krzywe, w których kąt θ między osią Ox a wektorem wodzącym punktu styczności, jest równy kątowi ω pomiędzy styczną a przedłużeniem wektora wodzącego.¹

Zad 6. Znaleźć krzywe, dla której trójkąt, utworzony przez oś Oy , styczną i wektor wodzący punktu styczności jest równoramienny.

Zad 7. Znaleźć krzywe, w których odcinek stycznej, zawarty między osiami współrzędnych, jest podzielony na połowy w punkcie styczności. Wyznaczyć krzywą przechodzącą przez punkt $M(2, 3)$.

Zad 8. Znaleźć krzywą, której podstyczna jest średnią arytmetyczną współrzędnych punktu styczności.

Zad 9. Znaleźć krzywą, w której stosunek odcinka odciętego styczną na osi Oy oraz odcinka odciętego na osi Ox jest wielkością stałą równą k .

Zad 10. Znaleźć krzywą, w każdym punkcie której długość podnormalnej jest średnią arytmetyczną kwadratów współrzędnych tego punktu.

Zad 11. Określić krzywe, w których odcinek, odcięty przez normalną na osi Ox , jest równy $\frac{y^2}{x}$.

Zad 12. Określić krzywe, w których odcinek, odcięty przez normalną na osi Oy , jest równy $\frac{x^2}{y}$.

Zad 13. Znaleźć krzywe, w których odcinek, odcięty przez styczną na osi Oy , jest równy kwadratowi rzędnej punktu styczności.

¹Wykorzystać wzór $\operatorname{tg} \omega = \frac{r}{r'}$, gdzie r jest długością wektora wodzącego